

大學入學考試中心  
105 學年度學科能力測驗試題  
數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的  $\square^-$  與第 21 列的  $\square^7$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值



5. 坐標空間中一質點自點  $P(1,1,1)$  沿著方向  $\vec{a} = (1,2,2)$  等速直線前進，經過 5 秒後剛好到達平面  $x - y + 3z = 28$  上，立即轉向沿著方向  $\vec{b} = (-2,2,-1)$  依同樣的速率等速直線前進。請問再經過幾秒此質點會剛好到達平面  $x = 2$  上？
- (1) 1 秒  
(2) 2 秒  
(3) 3 秒  
(4) 4 秒  
(5) 永遠不會到達
6. 設  $\langle a_n \rangle$  為一等比數列。已知前十項的和為  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 80$ ，前五個奇數項的和為  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 120$ ，請選出首項  $a_1$  的正確範圍。
- (1)  $a_1 < 80$   
(2)  $80 \leq a_1 < 90$   
(3)  $90 \leq a_1 < 100$   
(4)  $100 \leq a_1 < 110$   
(5)  $110 \leq a_1$

## 二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。
- (1)  $|x| + |x - 5| = 1$   
(2)  $|x| + |x - 5| = 6$   
(3)  $|x| - |x - 5| = 1$   
(4)  $|x| - |x - 5| = 6$   
(5)  $|x| - |x - 5| = -1$

8. 下面是甲、乙兩個商場的奇異果以及蘋果不同包裝的價格表，例如：甲商場奇異果價格「35元/一袋2顆」表示每一袋有2顆奇異果，價格35元。

甲商場售價

奇異果價格	20元/一袋1顆	35元/一袋2顆	80元/一袋5顆	100元/一袋6顆
蘋果價格	45元/一袋1顆	130元/一袋3顆	260元/一袋6顆	340元/一袋8顆

乙商場售價

奇異果價格	18元/一袋1顆	50元/一袋3顆	65元/一袋4顆	95元/一袋6顆
蘋果價格	50元/一袋1顆	190元/一袋4顆	280元/一袋6顆	420元/一袋10顆

依據上述數據，請選出正確的選項。

- (1) 在甲商場買一袋3顆裝的蘋果所需金額低於買三袋1顆裝的蘋果
  - (2) 乙商場的奇異果售價，一袋裝越多顆者，其每顆單價越低
  - (3) 若只想買奇異果，則在甲商場花500元最多可以買到30顆奇異果
  - (4) 如果要買12顆奇異果和4顆蘋果，在甲商場所需最少金額低於在乙商場所需最少金額
  - (5) 無論要買多少顆蘋果，在甲商場所需最少金額都低於在乙商場所需最少金額
9. 下列各直線中，請選出和 $z$ 軸互為歪斜線的選項。
- (1)  $L_1: \begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$
  - (2)  $L_2: \begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$
  - (3)  $L_3: \begin{cases} z=0 \\ x+y=1 \end{cases}$
  - (4)  $L_4: \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$
  - (5)  $L_5: \begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$
10. 設 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 皆為正整數，考慮多項式 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+2$ 。請選出正確的選項。
- (1)  $f(x)=0$ 無正根
  - (2)  $f(x)=0$ 一定有實根
  - (3)  $f(x)=0$ 一定有虛根
  - (4)  $f(1)+f(-1)$ 的值是偶數
  - (5) 若 $a+c>b+3$ ，則 $f(x)=0$ 有一根介於 $-1$ 與 $0$ 之間

11. 一個 41 人的班級某次數學考試，每個人的成績都未超過 59 分。老師決定以下列方式調整成績：原始成績為  $x$  分的學生，新成績調整為  $40\log_{10}\left(\frac{x+1}{10}\right)+60$  分（四捨五入到整數）。請選出正確的選項。

- (1) 若某人原始成績是 9 分，則新成績為 60 分
- (2) 若某人原始成績超過 20 分，則其新成績超過 70 分
- (3) 調整後全班成績的全距比原始成績的全距大
- (4) 已知小文的原始成績恰等於全班原始成績的中位數，則小文的新成績仍然等於調整後全班成績的中位數
- (5) 已知小美的原始成績恰等於全班原始成績的平均，則小美的新成績仍然等於調整後全班成績的平均（四捨五入到整數）

12. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 20^\circ$ 、 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 可以確定  $\angle B$  的餘弦值
- (2) 可以確定  $\angle C$  的正弦值
- (3) 可以確定  $\triangle ABC$  的面積
- (4) 可以確定  $\triangle ABC$  的內切圓半徑
- (5) 可以確定  $\triangle ABC$  的外接圓半徑

13. 甲、乙、丙、丁四位男生各騎一台機車約  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四位女生一起出遊，他們約定讓四位女生依照  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的順序抽鑰匙來決定搭乘哪位男生的機車。其中除了  $B$  認得甲的機車鑰匙，並且絕對不會選取之外，每個女生選取這些鑰匙的機會都均等。請選出正確的選項。

- (1)  $A$  抽到甲的鑰匙的機率大於  $C$  抽到甲的鑰匙的機率
- (2)  $C$  抽到甲的鑰匙的機率大於  $D$  抽到甲的鑰匙的機率
- (3)  $A$  抽到乙的鑰匙的機率大於  $B$  抽到乙的鑰匙的機率
- (4)  $B$  抽到丙的鑰匙的機率大於  $C$  抽到丙的鑰匙的機率
- (5)  $C$  抽到甲的鑰匙的機率大於  $C$  抽到乙的鑰匙的機率

第貳部分：選填題（占35分）

說明：1.第A至G題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(14-31)。  
2.每題完全答對給5分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 考慮每個元（或稱元素）只能是0或1的 $2 \times 3$ 階矩陣，且它的第一列與第二列不相同且各列的元素不能全為零，這樣的矩陣共有 14 15 個。

B. 坐標平面上 $O$ 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ 、 $\vec{v} = (3, 4)$ 。令 $\Omega$ 為滿足 $\vec{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有點 $P$ 所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 、 $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，則 $\Omega$ 的面積為  $\frac{\textcircled{16}}{\textcircled{17}}$  平方單位。  
(化成最簡分數)

C. 從橢圓 $\Gamma$ 的兩焦點分別作垂直於長軸的直線，交橢圓於四點。已知連此四點得一個邊長為2的正方形，則 $\Gamma$ 的長軸長為 18 +  $\sqrt{\textcircled{19}}$ 。

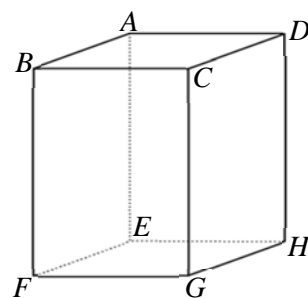
D. 線性方程組 
$$\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 2x+y+3z=6 \\ x-y=6 \\ x-2y-z=8 \end{cases}$$
 經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \text{ 則 } a = \textcircled{20}, b = \textcircled{21}, c = \textcircled{22}, d = \textcircled{23} \textcircled{24}.$$

- E. 設  $a$  為一實數，已知在第一象限滿足聯立不等式  $\begin{cases} x-3y \leq a \\ x+2y \leq 14 \end{cases}$  的所有點所形成之區域面積為  $\frac{213}{5}$  平方單位，則  $a = \underline{\textcircled{25}}$ 。

- F. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為  $a, b, c$ 。在  $b$  為奇數的條件下，行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} > 0$  的機率為  $\frac{\textcircled{26} \textcircled{27}}{\textcircled{28} \textcircled{29}}$ 。（化成最簡分數）

- G. 如右圖所示， $ABCD-EFGH$  為一長方體。若平面  $BDG$  上一點  $P$  滿足  $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + 2\vec{AD} + a\vec{AE}$ ，則實數  $a = \frac{\textcircled{30}}{\textcircled{31}}$ 。  
（化成最簡分數）



### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_X^2)}$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$